

表面自由能模型的改进及液滴浸润数值研究

陈啸, 孙中国, 席光

(西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安)

摘要: 通过优化极值点位置,对表面自由能模型进行了研究和改进,改进后的模型解决了原模型中表面粒子聚集和液滴形状畸变的问题.采用移动粒子半隐式法(MPS)结合改进后的表面自由能模型,对受表面张力作用的自由面运动问题进行了研究和分析.研究了包括气液、固液和不互溶液液界面在内的表面张力收缩和液滴浸润过程,并提取了接触角及浸润面积等特征量进行分析.数值计算结果与理论分析结果吻合较好,从结果中可以明显观察到固液浸润过程的3个发展阶段,浸润速度随时间递减且与浸润接触角成反比.研究结果验证了MPS方法结合改进后的表面自由能模型可以更加有效、准确地模拟多界面张力的作用.

关键词: 移动粒子半隐式法;表面张力;液滴浸润

中图分类号: O351.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2012)07-0115-07

Improvement of Surface Tension Model and Numerical Investigation on Droplet Wetting Effect

CHEN Xiao, SUN Zhongguo, XI Guang

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: An improved surface tension model was obtained by optimizing the position of the extreme point. The particle clustering and shape distortion problems were solved by the model improved. The moving particle semi-implicit (MPS) method combined with the improved model was adopted to simulate the wetting phenomenon with large deformation of the free surface. The shrinkage and wetting effect, due to the surface tension, between different substances (gas-liquid, solid-liquid or liquid-liquid) was examined and analyzed. The wetting angle and wetting area were extracted for analysis. The numerical result agrees well with the analytical one. Three sections could be observed in the liquid-solid wetting process. The wetting speed decreases with an increase in time and varies inversely with the wetting angle. Our results indicate that the MPS method combined with the improved surface tension model can simulate the interface tension force between different substances effectively and precisely.

Keywords: moving particle semi-implicit method; surface tension; droplet wetting effect

表面张力是流体力学中非常重要的作用力之一,在科学研究和工业过程中都有着广泛的应用,例如燃油雾化、打印喷涂、珠状凝结、射流断裂、焊接分析、毛细流动等.传统的网格方法在处理流体力学中

伴随着自由表面的巨大变形、甚至破碎等问题时,存在着网格畸变和新旧网格更替等复杂问题,常常会影响到计算的精度甚至是收敛性.移动粒子半隐式法^[1](MPS)作为一种无网格拉格朗日粒子方法,在

收稿日期: 2011-12-31. 作者简介: 陈啸(1988—),男,博士生;席光(通信作者),男,教授,博士生导师. 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51106125);高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20090201110059);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目.

网络出版时间: 2012-04-12

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20120412.1536.004.html>

处理这一类特殊流动,尤其是计算区域存在巨大变形的流动问题时具有一定的优势,迄今已经在诸多的工程和科学研究中得到了广泛的应用^[2-6].

目前,MPS方法对于表面张力的模拟主要有两种途径:一种是采用欧拉方法中广泛应用的CST(Continuum Surface Tension)模型^[7],另一种则是表面自由能模型^[8-11].CST模型广泛应用于欧拉方法中,在拓展到MPS方法时,由于流体粒子位置的不确定性,自由面处及其附近的自由面法线方向难以准确预测,也无法通过法向量的散度来计算曲率,因此Nomura等人^[12]对自由面的法线方向和曲率进行了分别计算.张帅等人^[13]通过施加背景网格的方法模拟得到了更加稳定、精确的表面张力,但是代价是计算量的大幅提高,同时CST模型中没有对多物质间界面张力的定义方法.Xie等人^[14],以及Tanie、Harada等人^[5-6]通过不同方法,利用CST模型模拟了液固浸润现象,但这些方法都无法精确表述界面张力,且仅停留在液-固浸润模拟上.与CST模型相比,表面自由能模型更适宜于无网格粒子方法,其基本思想是通过构建粒子间的相互作用力来模拟粒子所受到的表面张力,一般规定粒子间的距离小于临界值时,粒子间为斥力,大于临界值时,粒子间为引力.当粒子周围的其他粒子分布均匀且受力对称时,作用力的合力为0;当粒子为表面或邻近自由面的粒子时,受到的合力不为0,即表现为表面张力.Shirakawa等人^[8-11]使用这一方法进行了表面张力的模拟,但其中的引力、斥力作用力参数是通过数值试验确定的,因此不具有普适性.Kondo等人^[15]改进了表面自由能函数的表达式,并且依据表面自由能的定义,由表面张力系数计算得到作用力参数,使表面自由能模型更具有普适性,但模拟得到的液滴形状并不是很规则且表面容易产生粒子聚集的现象.张帅等人^[16]将表面张力模型拓展到三维模拟,并引入线动量守恒的压力梯度模型,获得了较好的模拟结果.

本文采用线动量守恒的压力梯度模型,拟通过研究表面自由能函数的极值点位置来进一步改进和优化表面张力模型,试图模拟得到表面粒子间距更加合理且整体形状更加均匀稳定的圆形液滴.以经典的方形液滴振荡为例,对改进后模型的正确性和优化结果进行了验证,基于改进后的模型,还进行了固液浸润和液液浸润等复杂过程的数值模拟和研究,为涉及到多种多界面之间界面张力作用的复杂流动问题提供了更准确的研究方法.

1 数值方法

1.1 MPS方法

MPS方法是一种求解不可压缩流动的无网格数值方法.该方法通过核函数近似,用配点法将连续流体表征为具有一定质量的离散粒子,粒子携带的位置、速度和压力等信息,通过基于核函数形成的粒子作用模型产生相互作用,在Lagrange坐标系下表征流体的流动信息.不可压缩流体的控制方程为

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{f} \quad (2)$$

式中: ρ 为流体密度; $\mathbf{u}$ 为流体速度矢量; p 为压力; μ 为流体动力黏性系数; $\mathbf{f}$ 为作用在流体单位质量上的外力,如重力; t 为时间.

MPS方法使用核函数 w 形成的粒子作用模型来离散控制方程,本文所使用的核函数^[1]为

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_c}{r} - 1, & r < r_c \\ 0, & r \geq r_c \end{cases} \quad (3)$$

$$r = |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|$$

式中: $\mathbf{r}_i$ 、 $\mathbf{r}_j$ 为不同流体粒子的矢量位置; r 为两粒子之间距离; r_c 为粒子作用半径.核函数只在粒子的影响半径之内有效,该影响半径以外的粒子对于目标粒子没有作用.控制方程中的梯度算子和拉普拉斯算子可以基于核函数进行离散,MPS方法称这种基于核函数的离散方法为粒子间的作用模型^[1].

为了克服数值计算中负压力梯度带来的数值不稳定现象^[1]并满足线动量守恒^[17],采用的压力梯度计算模型为

$$\langle \nabla p \rangle_i = \frac{d}{n_0} \sum_{j=i} \frac{p_j + p_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (4)$$

式中: p_i 、 p_j 为不同流体粒子的压力; n_0 为粒子数的密度.MPS方法采用半隐式时间推进算法,即先通过显式计算动量方程中的黏性项和源项,对流体粒子进行速度和位置预估,然后在预估的位置和速度信息下,隐式求解压力泊松方程得到压力值,随后由动量方程中的压力梯度项修正流体粒子的速度和位置信息,得到下一时间步的初始速度和位置^[1].

1.2 表面自由能模型

本文采用表面自由能模型来实现基本表面张力(气液)的数值模拟,并基于该模型研究建立了固液、

液液等多界面之间的表面张力模型。

表面张力实际上是由各介质之间分子作用力形成的宏观表现,根据这一理论,可以定义流体粒子的表面自由能 $P(r)$,则

$$f = \frac{\partial P}{\partial r} \mathbf{n} \tag{5}$$

根据粒子间距离小于某一值时为斥力,大于某一值时为引力的要求,粒子间的作用力可以选用不同的计算公式^[18]。文献[15-16]给出了

$$P(r) = \begin{cases} \frac{1}{3}C\left(r - \frac{3}{2}l_m + \frac{1}{2}r_e\right)(r - r_e)^2, & r < r_e \\ 0, & r \geq r_e \end{cases} \tag{6}$$

式(5)、式(6)中: $\mathbf{n}$ 为 2 个粒子之间的单位方向矢量; l_m 为斥力、引力的分界位置,即为表面自由能的极值点, l_m 、 r_e 均与流体性质无关; C 为修正参数,可根据流体物性求得^[15-16]。对于 l_m 的选取,文献[15-16]取为初始粒子间距,但这会造成表面粒子的聚集^[15],在数值计算上会导致表面粒子判断错误,造成压力求解病态,从而无法形成正确稳定的液滴。事实上,粒子的运动状态受自由能模型合力和压力的影响,由于 MPS 方法的压力是采用隐式求解,因此通过改进自由能模型来处理表面粒子聚集现象是一种简单而行之有效的方法。

本文通过大量的数值计算研究发现,在表面自由能函数中, l_m 的取值是影响自由面上粒子间距的关键参数之一。结合 r_e 的选取,经过多次数值计算发现,当 $l_m=1.5l_0$ 、 $r_e=3.1l_0$ 时(见图 1),表面粒子的平均粒子间距 l^* 与粒子间初始距离 l_0 大致相同。图中 $l^*/l_0=1.0$ 的水平线表示表面粒子间距与初始粒子间距相同,即为理想状态。当 $l_m/l_0 \leq 1.3$ 时,表面粒子间距几乎不变,这是由粒子间的基本作用关系决定的。

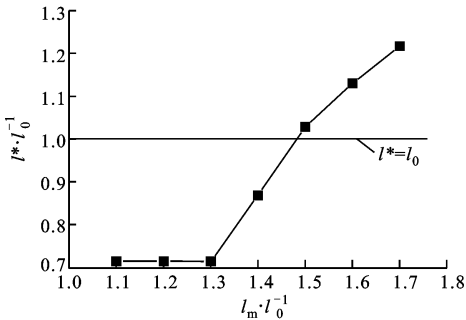


图 1 表面粒子平均距离随自由能函数极值点位置的变化

文献[15]的计算结果与表面自由能函数改进前后计算结果的比较如图 2 所示。本文改进前的算法

与文献[15]算法的主要差别在于使用了动量守恒的压力梯度模型^[17],但液滴形状依然不够规则,且表面有明显的粒子聚集现象。采用本文改进后的算法,粒子分布十分均匀,且稳态液滴接近正规圆形(见图 2c)。因此,在后续数值计算和研究中,特征参数的选取均为 $l_m=1.5l_0$ 、 $r_e=3.1l_0$ 。



图 2 3 种算法稳态圆形液滴的数值模拟结果

1.3 多界面间表面自由能模型

本文中的界面是指物理化学性质均匀的两部分物质之间的分界面,包括气液、固液和不互溶的液液界面。这些多界面之间的浸润效应有^[19]

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\alpha\theta} \cos\alpha + \sigma_{\alpha\beta} + \sigma_{\beta\theta} \cos\beta &= 0 \\ \sigma_{\alpha\theta} + \sigma_{\alpha\beta} \cos\theta + \sigma_{\beta\theta} \cos\beta &= 0 \\ \sigma_{\alpha\theta} \cos\alpha + \sigma_{\alpha\beta} \cos\theta + \sigma_{\beta\theta} &= 0 \\ \alpha + \beta + \theta &= 360^\circ \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

式中: $\sigma_{\alpha\theta}$ 、 $\sigma_{\beta\theta}$ 为非气体两接触物质的表面张力系数; α 、 β 为对应面物质的接触角; $\sigma_{\alpha\beta}$ 为物质 1 和物质 2 之间的接触界面张力系数; θ 为对应空气的接触角(见图 3)。

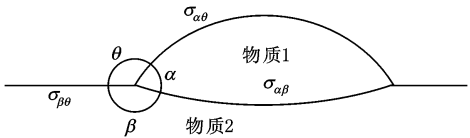


图 3 物质间的界面线、界面张力系数及界面接触角

对于三类界面的问题,由界面张力系数决定式(6)中的修正系数,而计算得到的表面自由能由式(5)计算可得到二粒子之间的作用力。对于气液界面,与气相接触的界面张力即为该物质自身的表面张力,因此只考虑液相本身的表面自由能。

对于固液界面,固体壁面采用位置固定的均一性粒子来表示,其中与液体接触的固体粒子参与压力计算,若图 3 中的物质 2 为固体平面,则 β 为 180° 。在计算液体(物质 1)粒子的受力时,液体粒子除了受到本身液体粒子的作用力外,还受到固体粒子的作用力,其合力的作用结果自动形成了固液接触角。

对于不互溶的液液界面,某一液体的流体粒子除了受到该液体内部其他粒子的作用力外,同时还

受到另一种液体中流体粒子的作用力,在液相本身及液相之间的表面自由能模型的综合作用下,自动形成了液液接触角.本文的界面接触角均是在流体粒子间相互作用关系模型的基础上,通过受力计算而自动形成的.

2 方法验证

在二维情况下,初始静止的方形液滴在表面张力的作用下,发生周期性收缩振荡的过程是检验表面张力模型的一个典型方法.这一方法只需考虑表面张力和压力,几何形状简单且存在分析解.取边长为 0.075 m 的方形乙醇液滴作为计算对象,密度 $\rho = 798 \text{ kg/m}^3$,表面张力系数 $\sigma = 0.023 \text{ 61 N/m}$.当 l_0 取 0.002 5 m 时,可离散为 30 个 $\times$ 30 个流体粒子.图 4 为模拟得到的方形液滴振荡时间序列图.通过比较速度场确定模拟得到的振荡周期为 1.24 s,文献[16]得到的结果为 1.2 s,理论周期^[12,16]为 1.3 s.当 $t = 5 \text{ s}$ 时,液滴为稳定形状,由于本文选取了合适的 l_m 、 r_c ,与文献[14-15]相比,没有出现表面粒子聚集的情况,模拟液滴的稳定状态也更接近圆形.

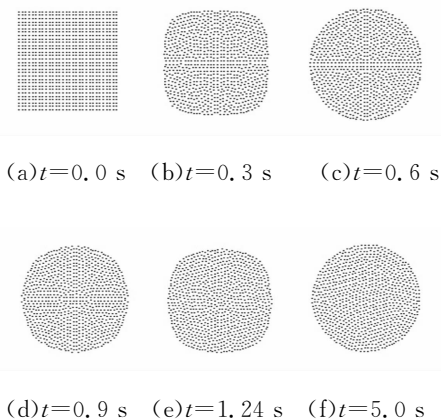


图4 方形液滴振荡时间序列图

3 数值模拟

3.1 壁面浸润

流体与壁面的浸润出现在很多的工程应用中,如喷雾冷却、珠状凝结、焊接分析^[5]、毛细管内流动^[6]等,模拟的流体在壁面上能否形成稳定准确的接触角成为对此种浸润模拟的重要评价标准.如前文所述,表面自由能模型对于界面张力的友好定义,使得本文所采用的算法对于这一浸润有较好的模拟结果.本文模拟了一个液滴仅在表面自由能作用下与一水平固壁产生浸润的过程,这一过程只考虑表面张力和压力,忽略了重力.初始液滴由一个边长

0.06 m 的方形液滴(液体粒子直径为 0.001 m)自由振荡的稳态结果形成,基本参数为: $\rho = 798 \text{ kg/m}^3$, $\sigma = 0.023 \text{ 61 N/m}$,液滴初始距离壁面为 $1.5l_0$.本文分别计算了理论接触角为 30° 、 60° 、 90° 、 120° 和 150° 时的情况,并做了比较.对于极端情况下,即接触角为 0° 时,由于粒子法本身的制约和表面自由能模型影响域的限制,因此模拟误差较大.当 θ 为 180° 时,液滴与壁面完全不浸润,两相粒子间无相互作用力,即不会发生浸润现象.

对于固液浸润作用的理论接触面积,认为液滴在壁面稳定浸润后,在三相接触点的位置液滴形成稳定接触角 θ ,在其余部分由于液滴自身表面张力的作用会形成曲率为 0 的圆形表面.设圆的半径为 R ,液滴面积 $V = l^2$,则有

$$V = \frac{2\pi - (\pi - 2(\theta - \pi/2))}{2\pi} \pi R^2 + R^2 \cos(\theta - \pi/2) \sin(\theta - \pi/2) \quad (8)$$

从而可以求得 R ,则浸润长度

$$S = 2R \cos(\theta - \pi/2) \quad (9)$$

本文选取接触点附近一定范围内的液滴表面粒子来计算接触角.计算范围过小则会因粒子个数太少不能有效消除粒子随机误差,计算范围过大则会因为远离接触点的粒子不仅受到较少的另一相粒子的影响,而且受到更多的本相粒子的影响,由此偏离接触点切线,无法正确表达接触角.本文取接触点附近 $4.2l_0$ 范围内的粒子,然后去除明显偏离液滴表面的粒子,剩余粒子与距离接触点最近的粒子形成射线,对射线夹角进行平均后得到表面接触点处的切线,从而获得接触角(见图 5).对于二维问题,同一算例可以得到左右 2 个接触角,本文取其平均值.

以 $\theta = 60^\circ$ 为例,固液浸润过程如图 6 所示.从中可以看出,在浸润刚开始时,液滴会出现较大的接触角,之后的发展基本是以固定接触角进行铺展浸润.在不同理论固液接触角 θ 下,模拟的浸润长度 S' 和模拟的浸润接触角 θ' 随时间的变化如图 7、图 8 所示.可以看出,当 θ 为 30° 、 60° 时,0.1 s 的固液接触点不稳定,没有有效粒子获得接触角.

浸润过程大致分为 3 个阶段:①浸润初始阶段,浸润速度很快,这是由于一部分接近壁面的液滴粒子在界面张力作用下直接被拉向壁面,同时形成的接触角较大;②浸润中间阶段,这是由于液滴与壁面以一个基本稳定的接触角进行铺展浸润,浸润速度

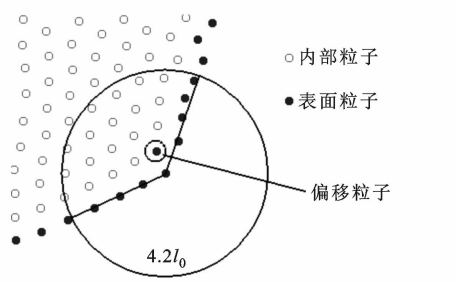


图 5 接触角提取示意图

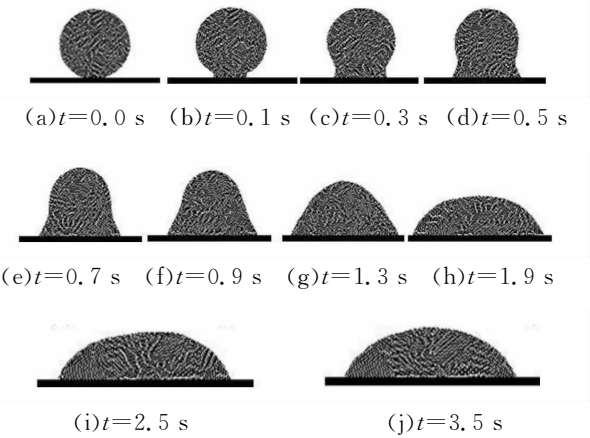


图 6 固液壁浸润过程

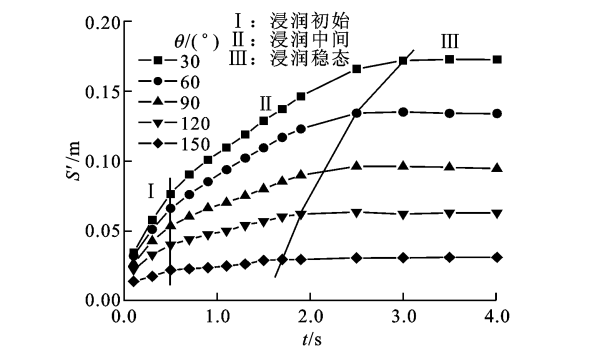


图 7 不同理论固液接触角下浸润长度随时间的变化曲线

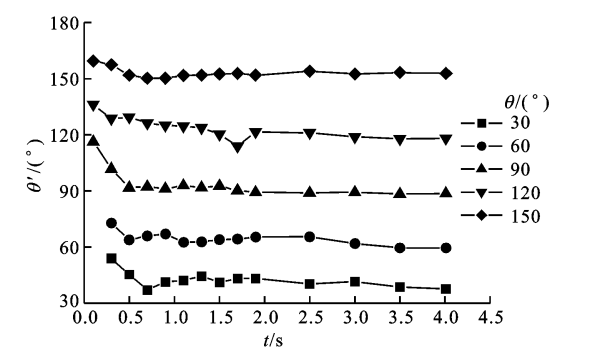


图 8 不同理论固液接触角下动态接触角随时间的变化曲线

本身特点而出现 S 的微小波动. 浸润的整个过程与 Ruijter^[20] 观察到的浸润阶段基本一致, 即第 1 阶段的 S 为时间的线性函数, 浸润速度快; 第 2 阶段的 S 为时间的指数函数, 浸润速度整体稳定, 但逐渐降低; 第 3 阶段的 S 基本达到稳定. 此外, 从图 7、图 8 中还可以看出, 虽然小接触角的浸润速度快, 但由于稳态的 S 大, 因此在同样条件下还是大接触角液滴先达到稳定状态.

表 1 显示了 θ 为 $30^{\circ}\sim150^{\circ}$ 时的模拟结果与理论结果的对比. 可以看出, 整体上该模型对于 θ 的模拟是比较成功的, θ 在 30° 时绝对误差相对较大. 这是由于粒子在模拟小角度时局部粒子较少不稳定, 因此造成对小角度模拟的不精确.

表 1 稳态固液接触角模拟值与理论值的比较 ($^{\circ}$)

θ	30	60	90	120	150
θ'	37.70	59.66	88.62	118.16	152.79
$\theta'-\theta$	7.70	-0.34	-1.38	-1.84	2.79

图 9 显示了 θ 为 $30^{\circ}\sim150^{\circ}$ 时, 浸润长度的模拟与理论结果的对比. 可以看出, 由于粒子模拟小接触角时的不精确性, 因此在 θ 较小时, S' 的误差较大, 而在 θ 接近 90° 时, S' 的误差则很小.

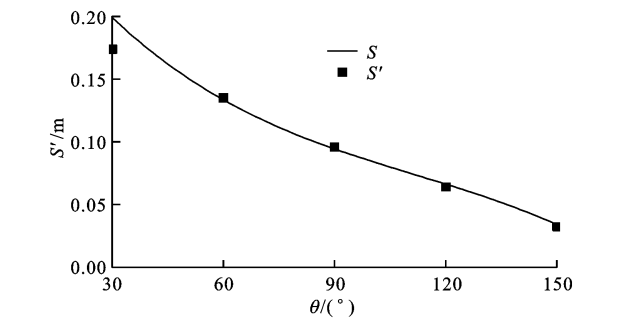


图 9 固液浸润稳态时浸润长度的模拟与理论结果对比

3.2 不互溶液滴相互浸润

不互溶液滴之间的浸润效应在多相流体运动中有着广泛的应用, 有效模拟这一现象可以验证表面自由能模型对界面张力模拟的可靠性和准确性. 本文计算了 2 个相同尺寸不互溶液滴仅在表面张力作用下形成的稳态接触角 (忽略重力), 其中液滴由直径为 0.001 m 的粒子组成边长为 0.06 m 的方形液滴, $\rho=798\text{ kg/m}^3$, $\sigma=0.023\text{ 61 N/m}$, 初始两液滴距离为 $1.5l_0$. 对于两液滴的浸润效应, 采用 2 组算例进行模拟, 其中算例 1 表示两液滴表面张力系数相同 ($\sigma_1=\sigma_2=\sigma$), 算例 2 表示两液滴表面张力系数

较慢, 且缓慢降低; ③浸润稳态阶段, 浸润已经基本达到稳态, 该阶段由于粒子惯性作用和数值方法的

不同($\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = 1.5\sigma$),通过改变接触界面张力系数来控制接触角的大小.这2个算例完整地展示了两液滴在表面张力关系一定的条件下,界面张力变化造成的浸润效应(接触角和浸润长度)的变化.

两液滴浸润作用的理论接触面积可以通过图10所示的几何关系求得,即

$$\alpha_1 = \theta_1 + \theta_3 - \pi/2; \quad \alpha_2 = \theta_2 - \theta_3 - \pi/2; \quad \alpha_3 = \pi/2 - \theta_3 \quad (10)$$

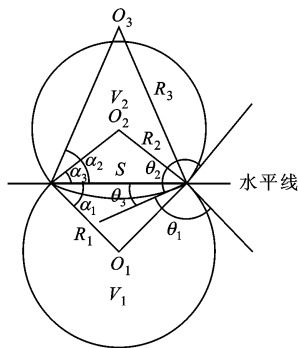
$$V_1 = \left[\frac{2\pi - (\pi - 2\alpha_1)}{2\pi} \pi R_1^2 + R_1^2 \cos\alpha_1 \sin\alpha_1 \right] - \left[\frac{\pi - 2\alpha_3}{2\pi} \pi R_3^2 - R_3^2 \cos\alpha_3 \sin\alpha_3 \right] \quad (11)$$

$$V_2 = \left[\frac{2\pi - (\pi - 2\alpha_2)}{2\pi} \pi R_2^2 + R_2^2 \cos\alpha_2 \sin\alpha_2 \right] + \left[\frac{\pi - 2\alpha_3}{2\pi} \pi R_3^2 - R_3^2 \cos\alpha_3 \sin\alpha_3 \right] \quad (12)$$

$$V_1 = V_2 = l^2 \quad (13)$$

$$S = 2R_1 \cos\alpha_1 = 2R_2 \cos\alpha_2 = 2R_3 \cos\alpha_3 \quad (14)$$

V_1, V_2 均等于初始方形液滴体积 l^2 ,通过式(7)可计算出理论接触角 θ_1, θ_2 并求得 S ,再通过数值模拟,计算出模拟接触角 θ'_1, θ'_2 ,以及模拟接触长度 S' .算例1的模拟结果如图11所示,由于 $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma, \theta_1 = \theta_2$,因此数值和理论结果相符合.当 θ 为 90° 时,两液滴的界面张力 $\sigma_{12} = 0$ N/M,即相当于两液滴为完全相同的液滴,不会形成稳定界面线和接触角.对于 S 的模拟,理论与模拟计算结果也吻合得较好.



θ_1, θ_2 :接触角; θ_3 : S 与水平线的夹角; V_1, V_2 :两液滴体积;
 R_1, R_2, R_3 :两液滴表面线及接触曲线半径; O_1, O_2, O_3 :
两液滴表面线及接触曲线圆心

图10 两液滴浸润理论接触面积示意图

算例2的模拟结果如图12所示,其中: $\sigma_{12} = 1.118\sigma$ 时,液滴2的理论接触角 θ_2 达到极小值; $\sigma_{12} = 1.2\sigma$ 时,模拟接触角 θ'_2 达到最小值.从理论曲线上看这两点之间的角度差别很小,因此模拟方法对于最小值位置的判断基本正确.对于润湿面积的模

拟,模拟结果在一定程度上与理论计算结果吻合得较好.

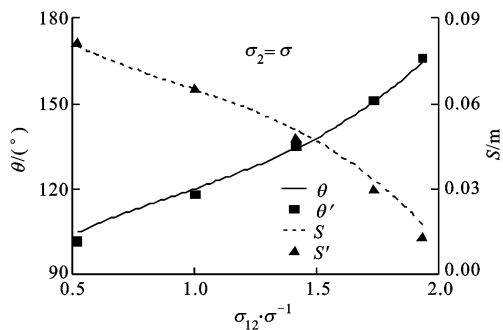


图11 液滴浸润模拟与理论结果的比较

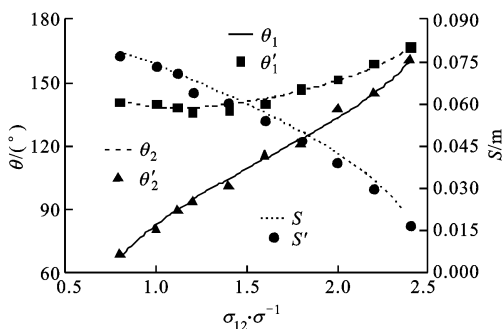


图12 浸润模拟与理论结果的比较

4 结论

本文在无网格 MPS 方法的基础上,研究并改进了基于表面自由能的表面张力模型,模拟了典型的自由面运动产生大变形的液滴浸润过程,并得到以下结论.

(1)通过优化研究,发现自由能极值点位置为1.5倍粒子的初始距离.改进了表面自由能函数,较好地解决了传统表面自由能模型容易产生表面粒子聚集现象的问题,获得了更接近圆形的稳态液滴形状.

(2)在二维情况下,模拟了不同界面张力下固液浸润形成稳定接触角的过程,提取了模拟接触角和浸润长度,并与理论值进行了比较,从而验证了本文模型对于液固界面张力模拟的有效性和准确性.

(3)模拟了固液浸润过程,从中清晰地得到了浸润初始、中间和稳态的发展阶段,其与文献[20]的描述相一致.浸润速度随时间递减,固液接触角越大,浸润速度越慢.

(4)在二维情况下,成功模拟了液液相界面的浸润过程,提取了模拟接触角和浸润长度,其与理论计算结果基本一致.模拟得到的接触角极小值点的位

置与理论解基本吻合,从而为模拟这一类现象提供了稳定有效的数值方法。

参考文献:

- [1] KOSHIZUKA S, OKA Y. Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid[J]. Nuclear Science and Engineering, 1996, 123(3): 421-434.
- [2] 席光,项利峰. 自由表面流动的移动粒子半隐式模拟方法[J]. 西安交通大学学报,2006, 40(3): 249-252.
XI Guang, XIANG Lifeng. Numerical simulation of fluid free surface flow using moving particle semi-implicit method[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2006, 40(3): 249-252.
- [3] SUN Zhongguo, XI Guang, CHEN Xi. A numerical study of stir mixing of liquids with particle method[J]. Chemical Engineering Science,2009, 64(2): 341-350.
- [4] 梁杨杨,孙中国,席光. 液滴斜向撞击液面的移动粒子半隐式法数值模拟[J]. 西安交通大学学报,2010, 44(9): 93-98.
LIANG Yangyang, SUN Zhongguo, XI Guang. Numerical simulation of droplet oblique impact on liquid film with moving particle semi-implicit method[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2010, 44(9): 93-98.
- [5] TANIE H. Shape prediction of molten micro-solder joints using particle method and application to evaluation of fracture life [C]//Proceedings of IPACK 2007. New York, USA: ASME, 2007: 87-94.
- [6] HARADA T, SUZUKI Y, KOSHIZUKA S, et al. Simulation of droplet generation in micro flow using MPS method [J]. JSME International Journal, 2006, 49(3): 731-736.
- [7] BRACKBILL J U, KOTHE D B, ZEMACH C. A continuum method for modeling surface tension [J]. Journal of Computational Physics, 1992, 100: 335-354.
- [8] SHIRAKAWA N, HORIE H, YAMAMOTO Y, et al. Analysis of the void distribution in a circular tube with the two-fluid particle interaction method [J]. Journal of Nuclear Science and Technology, 2001, 38(6): 392-402.
- [9] SHIRAKAWA N, HORIE H, YAMAMOTO Y, et al. Analysis of jet flows with the two-fluid particle interaction method [J]. Journal of Nuclear Science and Technology, 2001, 38(9): 729-738.
- [10] SHIRAKAWA N, HORIE H, YAMAMOTO Y, et al. Analysis of flow around a BWR spacer by the two-fluid particle interaction method [J]. Journal of Nuclear Science and Technology, 2002, 39(5): 572-581.
- [11] SHIRAKAWA N, YAMAMOTO Y, HORIE H, et al. Analysis of subcooled boiling with the two-fluid particle interaction method [J]. Journal of Nuclear Science and Technology, 2003, 40(3): 125-135.
- [12] NOMURA K, KOSHIZUKA S, OKA Y, et al. Numerical analysis of droplet breakup behavior using particle method [J]. Journal of Nuclear Science and Technology, 2001, 38(12): 1057-1064.
- [13] ZHANG Shuai, MORITA K, FUKUDA K, et al. A new algorithm for surface tension model in moving particle methods [J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2007, 55: 225-240.
- [14] XIE Heng, KOSHIZUKA S, OKA Y. Modeling the wetting effects in droplet impingement using particle method [J]. Computer Modeling in Engineering & Sciences, 2007, 18(1): 1-16.
- [15] KONDO M, KOSHIZUKA S, SUZUKI K, et al. Surface tension model using inter-particle force in particle method [C]//Proceedings of FEDSM 2007. New York, USA: ASME, 2007: 93-98.
- [16] 张帅,谢利军,郑耀. 基于移动粒子半隐式法的表面张力模拟[J]. 计算力学学报,2011, 28(3): 345-349.
ZHANG Shuai, XIE Lijun, ZHENG Yao. Simulation of surface tension force using moving particle semi-implicit method [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2011,28(3): 345-349.
- [17] LEE B H, PARK J C, KIM M H, et al. Step-by-step improvement of MPS method in simulating violent free-surface motions and impact-loads [J]. Comput Methods Appl Mech Engrg, 2010, 200: 1113-1125.
- [18] TARTAKOVSKY A, MEAKIN P. Modeling of surface tension and contact angles with smoothed particle hydrodynamics[J]. Physical Review: E, 2005, 72: 026301.
- [19] 高世桥,刘海鹏. 毛细力学 [M]. 北京:科学出版社, 2010:60-73.
- [20] DE RUIJTER M J, DE CONINCK J, OSHANIN G. Droplet spreading: partial wetting regime revisited [J]. Langmuir, 1999, 15(6): 2209-2216.

(编辑 管咏梅 荆树蓉)